Esercizio 1

Determinare la distribuzione di probabilità e la funzione di ripartizione della v.c. discreta X = numero di croci in 3 lanci di una moneta. Calcolare F(-1), F(1.5), F(300).

Esercizio 2

In un'azienda 10 dipendenti hanno registrato una sola ora di lavoro straordinario, 15 dipendenti "2" ore e 20 dipendenti "3" ore. Si selezionano a sorte dal database, senza essere reinseriti, i nomi di due dipendenti. Sia X il numero aleatorio="ammontare complessivo delle ore di lavoro straordinario".

- Scrivere l'espressione analitica della funzione di probabilità di X.
- Determinare la funzione di ripartizione di X e rappresentarla graficamente.
- Calcolare il valore atteso di X.
- Calcolare la varianza di X.

Esercizio 3

Sia X un numero aleatorio discreto con distribuzione uniforme sull'insieme $\Omega = \{-4, -2, 0, 2, 5\}$. Ricavare la funzione di probabilità di:

- 1. Y=4+2X.
- 2. Verificare che E(Y) = a + b(X) e $Var(Y) = b^2 \cdot Var(X)$.

Esercizio 4

Un giocatore d'azzardo vince 20\$se la carta estratta dal mazzo è di cuori e 40\$se è di quadri; ne perde 30\$se è di fiori e non vince nè perde se esce picche. Determinare il valore atteso della v.a. vincita X.

Esercizio 5

Un mazzo di 4 chiavi contiene una sola chiave adatta ad aprire la porta. Provando a caso una dopo l'altra occorre fare un certo numero di tentativi (v.a. X). Determinare la varianza di X.

Esercizio 6

Si consideri il lancio di tre monete. Si definiscano due variabili aleatorie:

X="numero di realizzazioni dell'evento testa"

Y="numero di cambi nella sequenza", ovvero il numero di volte in cui si passa da testa a croce e viceversa.

- 1. Trovare la funzione di probabilità P(X;Y)
- 2. Quali sono le distribuzioni di probabilità marginali della X e della Y?
- 3. Trovare la funzione di ripartizione $P(X \le x; Y \le y)$.
- 4. Qual è la probabilità di osservare fino a 2 realizzazioni di X e 1 di Y? $P(X \le 2; Y \le 1)$.
- 5. Trovare la funzione di probabilità condizionata di $X \mid Y = 0$ e quella di $Y \mid X = 2$.
- 6. Quanto è $E(X \mid Y = 2)$? E $E(Y \mid X = 3)$?
- 7. Calcolare E(X), E(Y), $E(X^2)$, $E(Y^2)$, E(XY).
- 8. Calcolare σ_x e σ_y .
- 9. Calcolare il coefficiente di correlazione lineare ρ_{XY} .
- 10. Stabilire se X e Y sono indipendenti.
- 11. Dato Z = 2X Y, determinare E(Z) e Var(Z).

Esercizio 7

Negli anni si è osservato che la probabilità di laurearsi di uno studente iscritto alla Facoltà di Economia è pari a 0.35. All'inizio di un anno accademico vengono estratti a sorte (con reinserimento) 10 numeri di matricola. Determinare la probabilità che, dei 10 studenti così selezionati, se ne laureino:

- 1. nessuno
- 2. due
- 3. almeno uno

Esercizio 8

Un recente studio, mostra che il 75% delle aziende start-up avrà un bilancio positivo entro 3 anni dall'apertura dell'attività. Vengono intervistate 5 aziende costituite 3 anni prima.

- 1. Qual è la probabilità che tutte e 5 le aziende abbiano un bilancio positivo?
- 2. Qual è la probabilità che più di tre abbiano un bilancio positivo?
- 3. Qual è la probabilità che meno di 2 di esse abbia un bilancio positivo?
- 4. Calcolare il valore atteso e la deviazione standard della variabile X.